

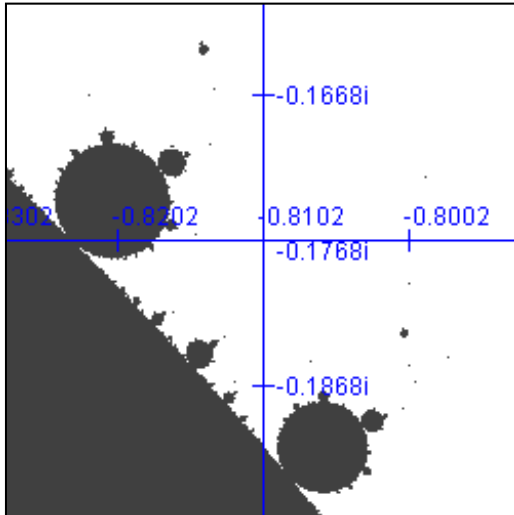
9. Mandelbrot Fractal

We hebben in de vorige paragraaf gezien dat de Mandelbrot een handige hulpmiddel is om Julia Fractals mee te onderzoeken. Maar we zouden deze fractal, in 1991 vermeld in het Guinness book of records als "het meest ingewikkelde wiskundige object", tekort doen, wanneer we het daarbij zouden laten.

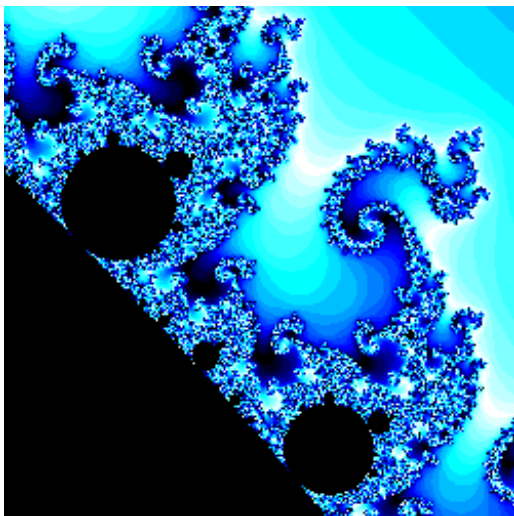
In deze paragraaf willen we iets laten zien van die complexiteit.

Dat de Mandelbrot Fractal een grillige rand heeft, verrast niet meer, dat hadden we bij de Julia Fractals ook al gezien.

Wel verrassend is dat er in de omgeving van de hoofdverzameling (het appelmantje) ontelbaar veel kleine en nog kleinere kopietjes van dit appelmantje te vinden zijn.

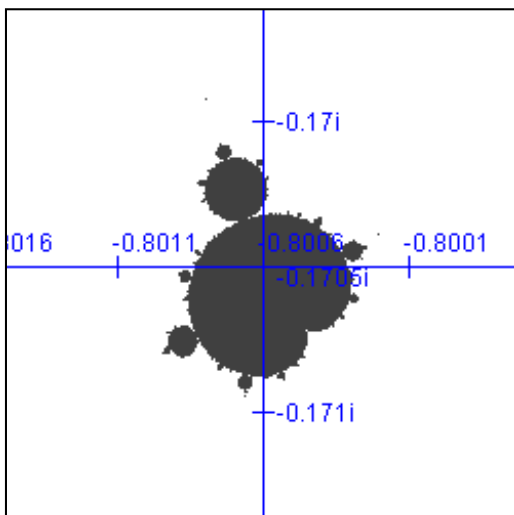


In de figuur links zie je een voorbeeld. Daar is een detail uitvergroot van het 'dal' tussen het niervormige 'lijf' en het 'hoofd' van het appelmantje. Bij deze vergroting worden de 'spruitjes' goed zichtbaar, maar je ziet ook een paar kleine 'vlekjes' en nog wat meer stipjes op enige afstand van deze spruitjes. Wanneer je nauwkeurig kijkt, kun je met wat moeite aan de vlekjes al zien dat het hier om kleine appelmantjes gaat.

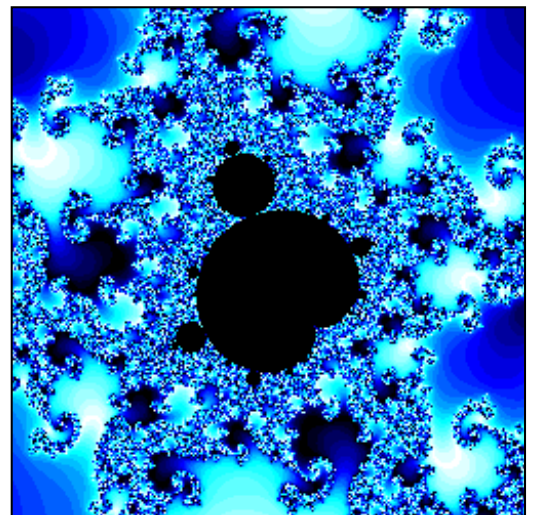


Wanneer je in deze situatie de omgeving van de Mandelbrot inkleurt op de manier zoals net beschreven, wordt pas goed duidelijk hoe fascinerend en complex de Mandelbrot Fractal is.

De mini Mandelbrotjes hangen blijkbaar niet zomaar in de lucht, maar zijn via een ingewikkeld patroon van krullen en spiralen verbonden met de hoofdverzameling. Dit is geen schijn. Het is bewezen dat de Mandelbrotverzameling samenhangend is, dat dus alle mini Mandelbrotjes door middel van 'draadjes' vastzitten aan de hoofdfiguur.

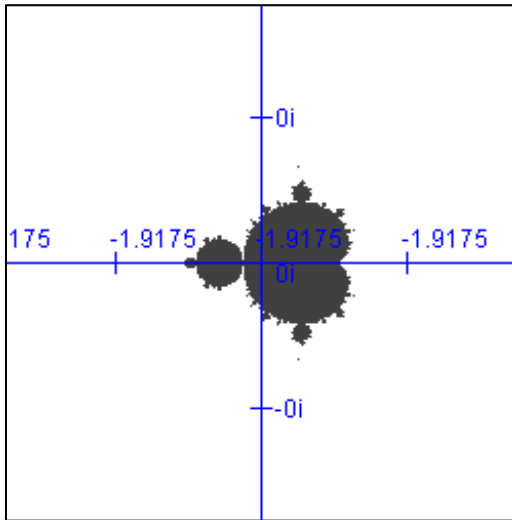


Twijfel je nog of die kleine vlekjes wel echte appelmantjes zijn? In de figuur hiernaast is het vlekje bovenlinks van het midden in de figuur hierboven nog eens 10 x verder uitvergroot. Rechts hetzelfde plaatje maar nu ingekleurd. Bedenk dat in de omgeving van dit Mandelbrotje opnieuw oneindig veel nog kleinere Mandelbrotjes voorkomen.

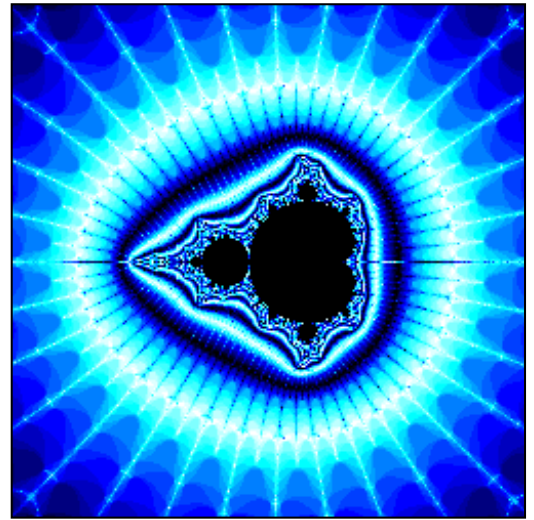


Het valt op dat de mini Mandelbrot hierboven een beetje scheef is. Dat zie je vaak bij fractals: op kleinere schaal vindt herhaling plaats, maar die herhaling hoeft niet 100 % gelijkvormig te zijn. Waar we wel exact dezelfde vorm vinden is op de antenne die in de hoofdverzameling naar links uitsteekt tot $c = -2$

In de twee plaatjes hieronder zie je een mini Mandelbrot op deze hoofdantenne.



De vergroting van dit plaatje is maar liefst 1.6 biljoen keer!
En dat is heel veel.
Wanneer je met die vergroting je bureaublad zou kunnen bestuderen, begin je ongeveer de atoomkernen te zien.



In onderstaande applet kun je de Mandelbrot Fractal verder verkennen.

Hij is bijna gelijk aan de vorige, alleen heb je nu de mogelijkheid om rechtstreeks op de Mandelbrotverzameling in te zoomen. Onderzoek eens het gebied in de buurt van $\text{Re}(c) = 0.25$.

Wanneer je dicht tegen de rand van de Mandelbrotverzameling aanzit, zul je soms het aantal iteraties flink moeten opvoeren, en dan kan het wel even duren, voor het plaatje af is.